13:28〜

AIプログラミングのための数学入門

21/1/11(月)

人工知能

(最低限) 必要な数学

1. 微分
2. 線形代数
3. 統計

実践

Aidemy Premium Plan

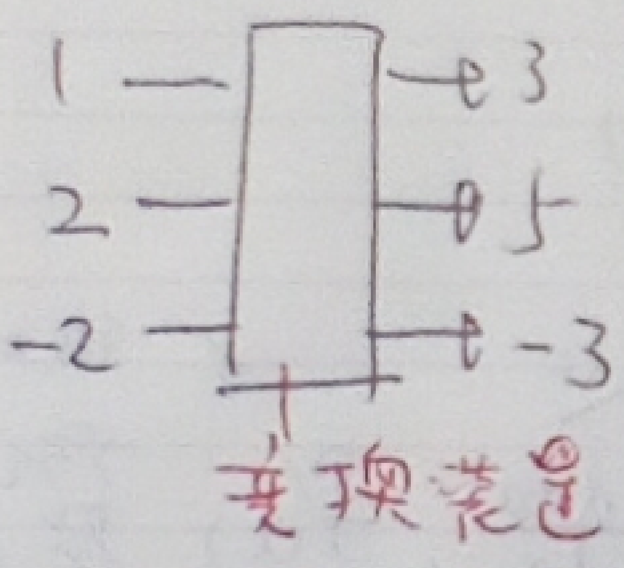
4つのコース

① AIアプリ開発コース
② データ分析コース
③ 自然言語処理コース
④ LINEチャットボット開発コース

■ 微分

・関数

→ 数と数の間の関係



$\underbrace{\boxed{出力}}_{y} = 2\underbrace{\boxed{入力}}_{x} + 1$

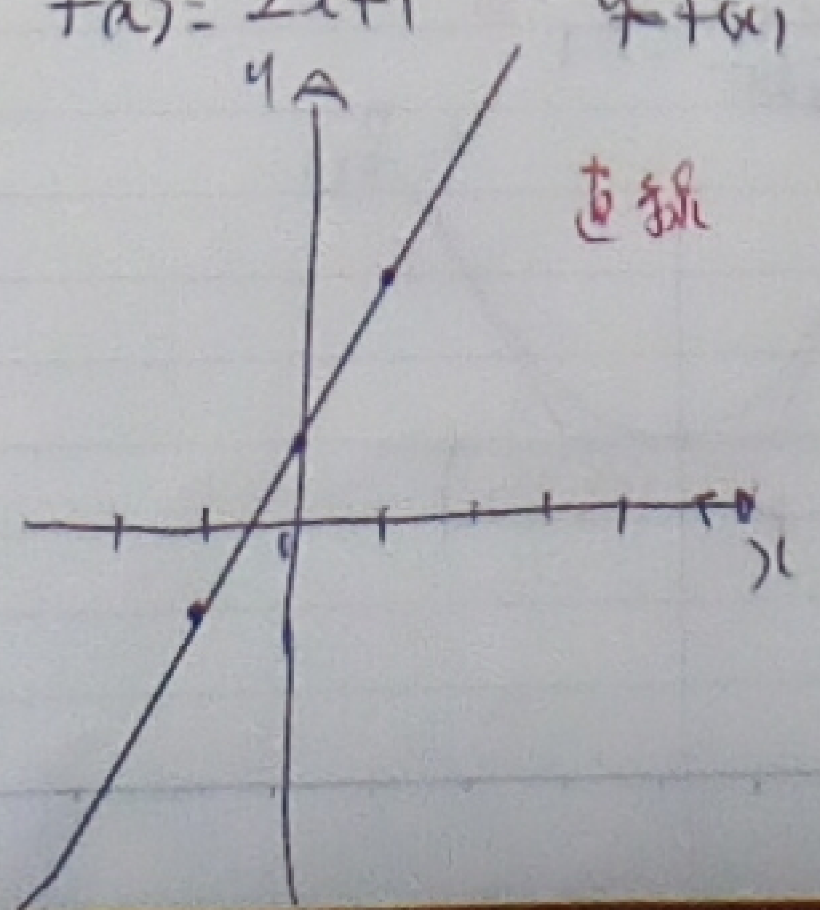
→ $f(x)=2x+1$

例 $f(1)=3$ $f(2)=5$ $f(-2)=-3$
$f(0)=1$ $f(-1)=-1$

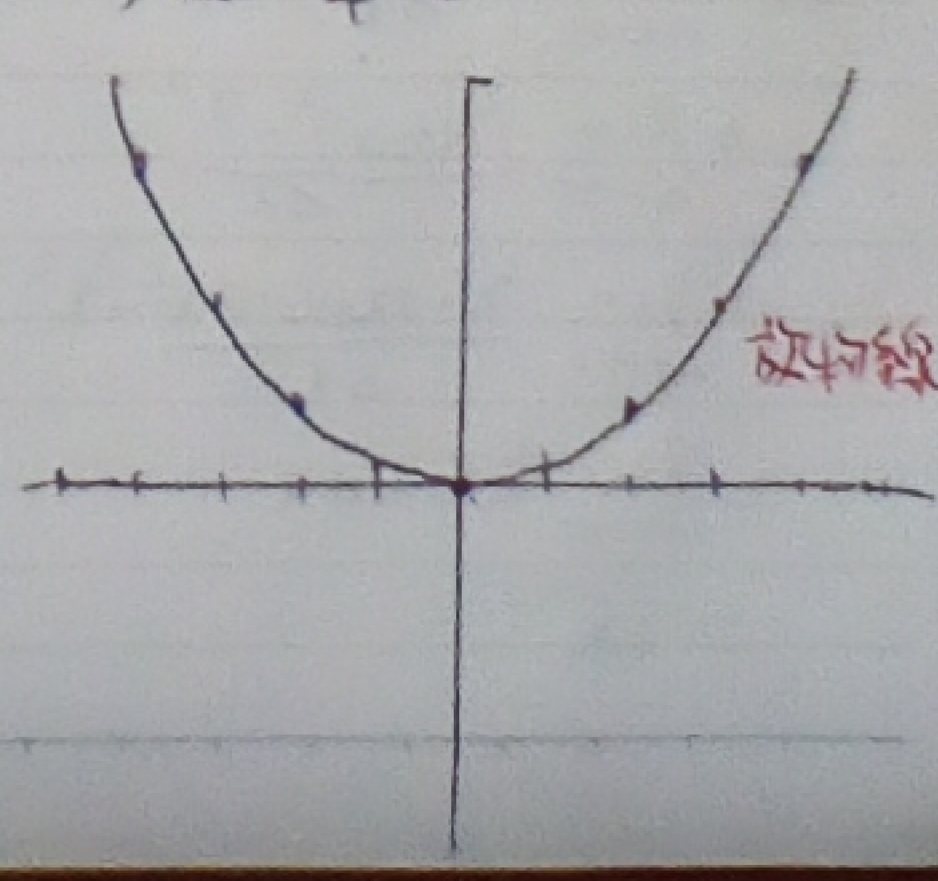
・グラフ

→ 入力と出力の関係を図示

例 $f(x)=2x+1$ $y=f(x)$

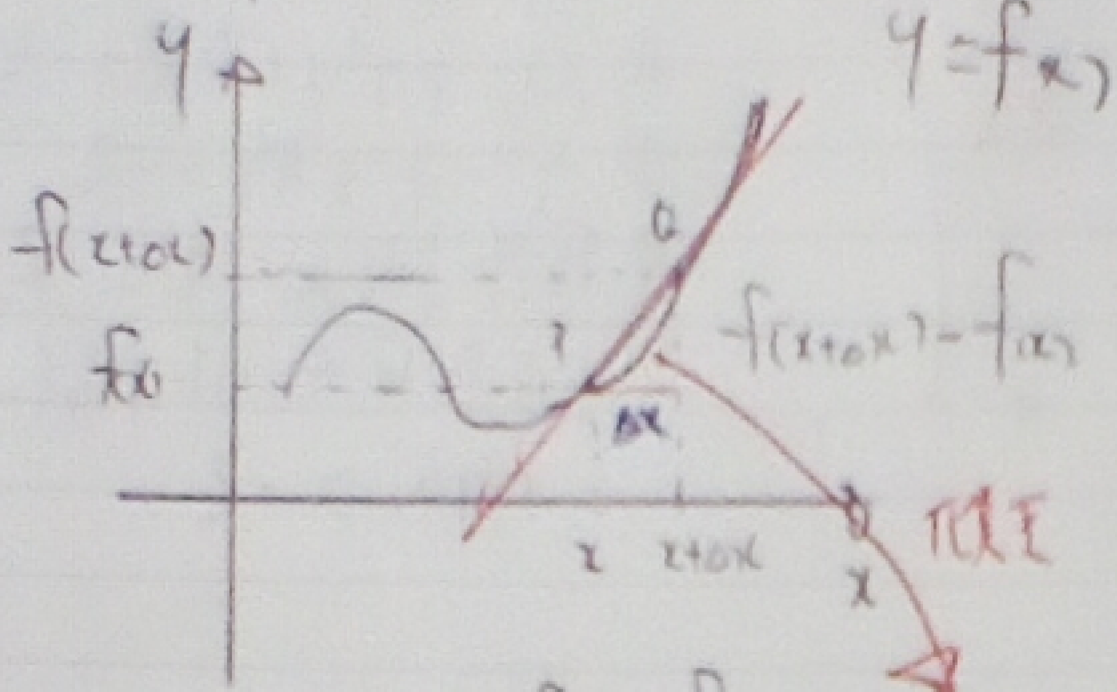


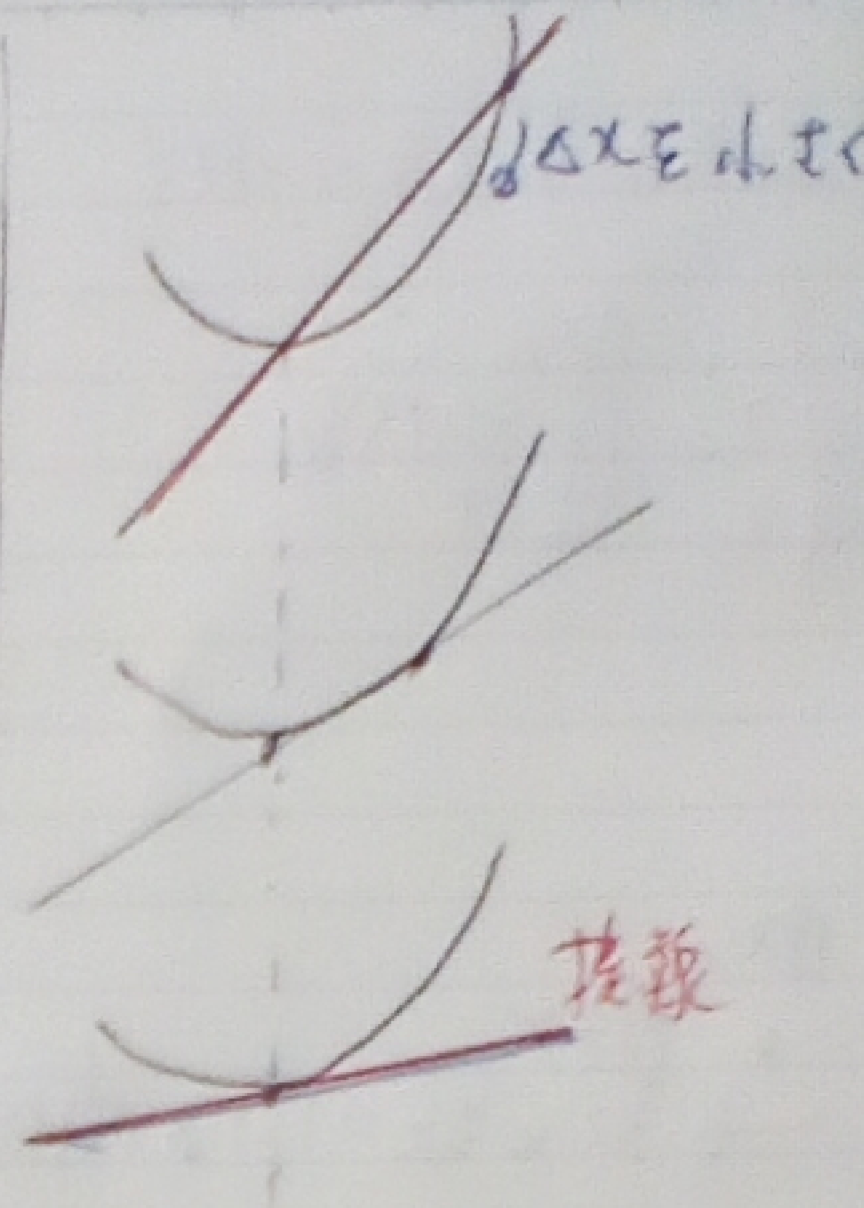
$f(x)=\frac{1}{4}x^2$



・微分

→ 小さな変化を見ること





$$(\text{平均変化率}) = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$(\text{微分係数}) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

記法 $\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$ 別に $\frac{df(x)}{dx}$, $f'(x)$ 略 プライム ダッシュ

$\boxed{f(x)\text{をxで微分する}}$

練習 $f(x) = x^2$ を微分する

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

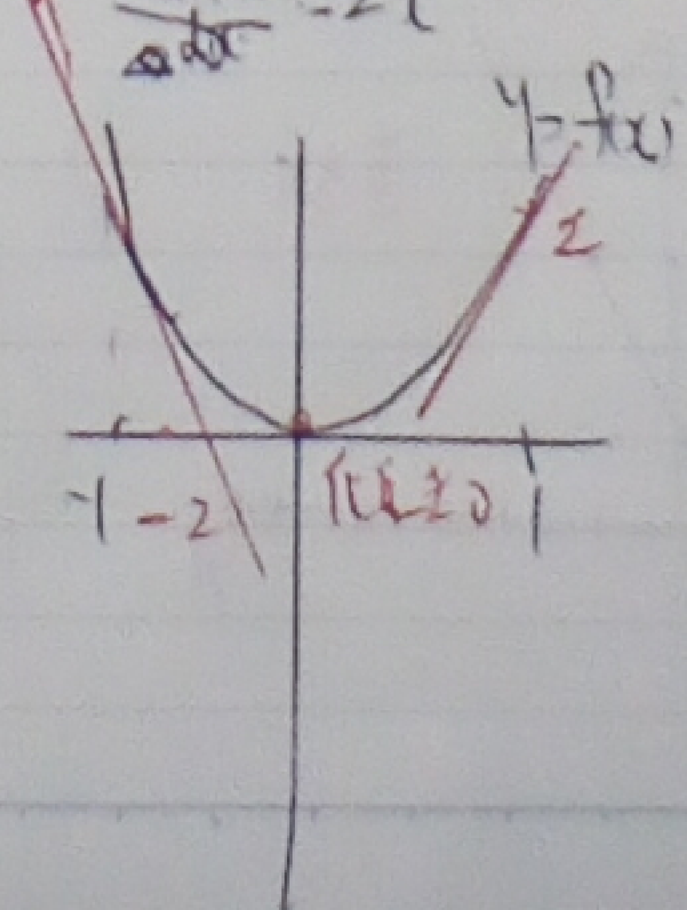
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{x^2} + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - \cancel{x^2}}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x$$

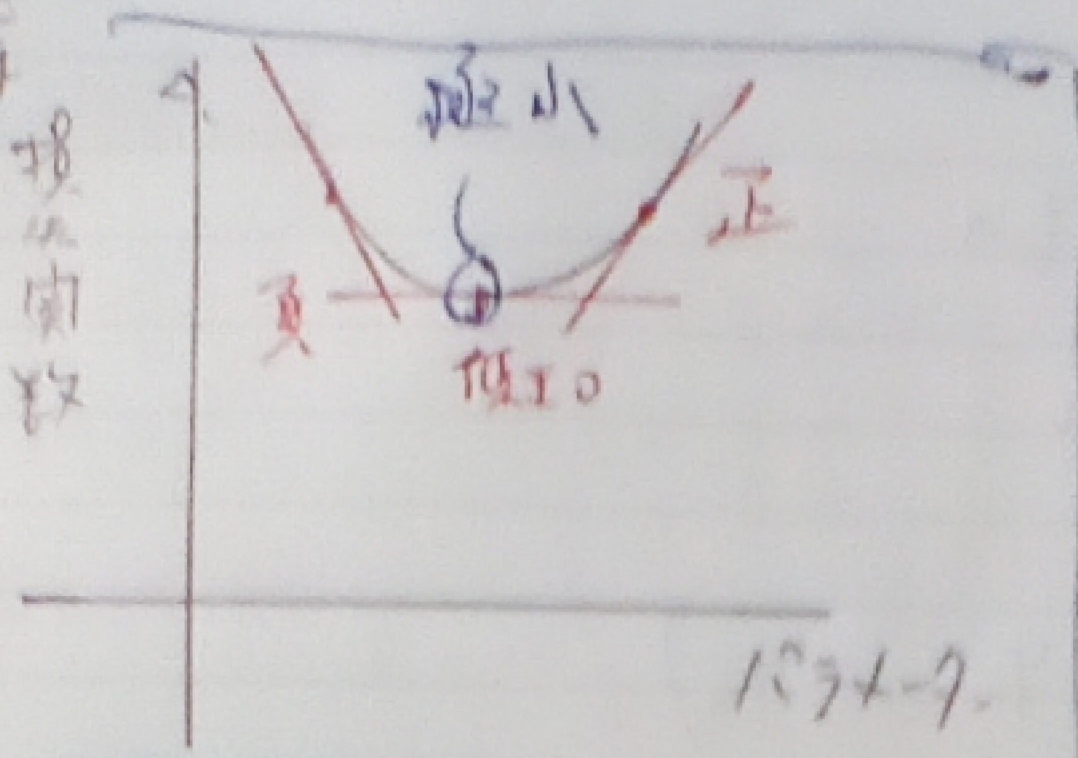
$$= 2x$$

$f(x) = x^2$

$\frac{df(x)}{dx} = 2x$ 微分



参考



→ 勾配降下法

② 線形代数

・ベクトル

→ 数を縦or横に並べたもの

列ベクトル

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

行ベクトル

$$y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)$$

例

$$a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad b = (1, 7, 9, 3)$$

参考

$$x = \begin{pmatrix} 24 \\ 0 \\ 64 \\ 1003 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{気温} \\ \text{降水量} \\ \text{湿度} \\ \text{気圧} \end{matrix}$$

データの情報

☆足し算

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}}_{\text{同じサイズ}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

☆引き算

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

☆スカラー倍

実数

$$3(2, 3, 0) = (6, 9, 0)$$

$$-2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

◦行列

→数を縦と横に並べたもの

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 4 \\ 2 & 6 & 3 & 9 \\ 1 & 9 & 9 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

3×2行列　　4×4行列（4次正方行列）

※ ○×1 行列で列ベクトル

1×○行列 行ベクトル

☆足し算

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

☆引き算

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

☆スカラー倍

$$2\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 8 \\ 2 & 4 & 4 \\ -2 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

☆掛け算

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 16 & 30 \end{pmatrix}$$

2×2　2×2

(1, 1)成分　(1, 2)成分

$1\times0+2\times4=8$

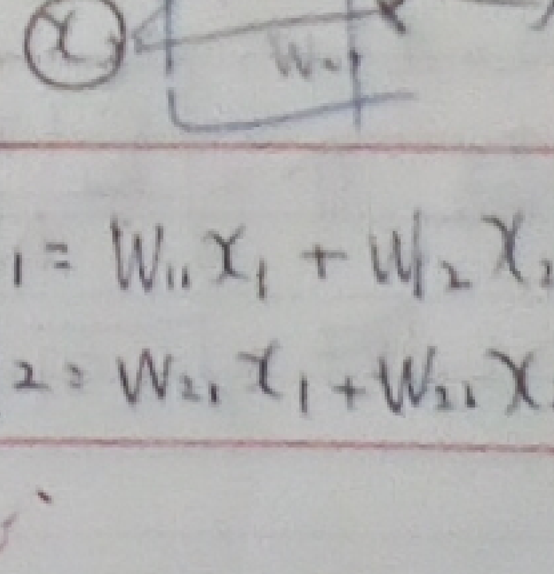
$1\times2+2\times6=14$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \end{pmatrix}$$

3×3　3×1

(1, 1)成分　(2, 1)成分

参考 ニューラルネットワーク



$$y_1 = w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + w_{13}x_3$$
$$y_2 = w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + w_{23}x_3$$

$y = Wx$ ←同じ

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

$$W = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \end{pmatrix}$$

統計

例、テストの点数(12人)

41, 59, 61, 64, 78, 89
35, 27, 64, 75, 81, 31

→ 有用な情報を抜き出したい

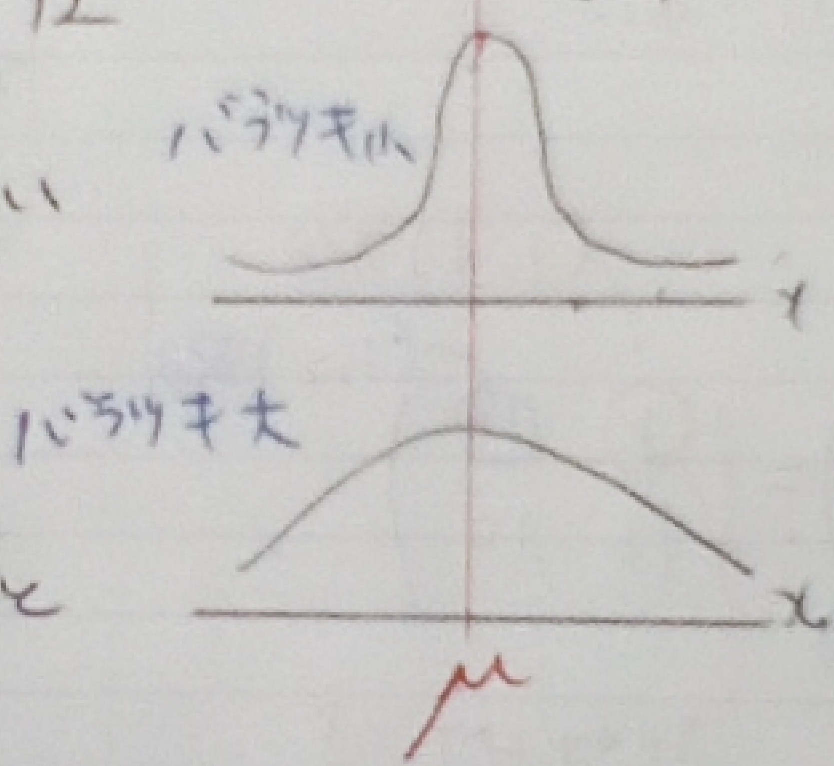
・平均値 $\overset{\text{ミュー}}{\mu}$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1} x_i}{N} \quad \begin{matrix}\text{合計}\\ \text{個数}\end{matrix}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_N$$

例テ $\mu = \dfrac{41+59 \cdots\cdots +31}{12} = 54$

・分散 → バラツキの度合い
σ^2



μ だけでは
バラツキ不明
⇓
σ^2

バラツキ＝平均からのズレのこと

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}}$$

例テ

$$\sigma^2 = \frac{(41-54)^2 + (59-54)^2 \cdots\cdots (31-54)^2}{12} = 471$$

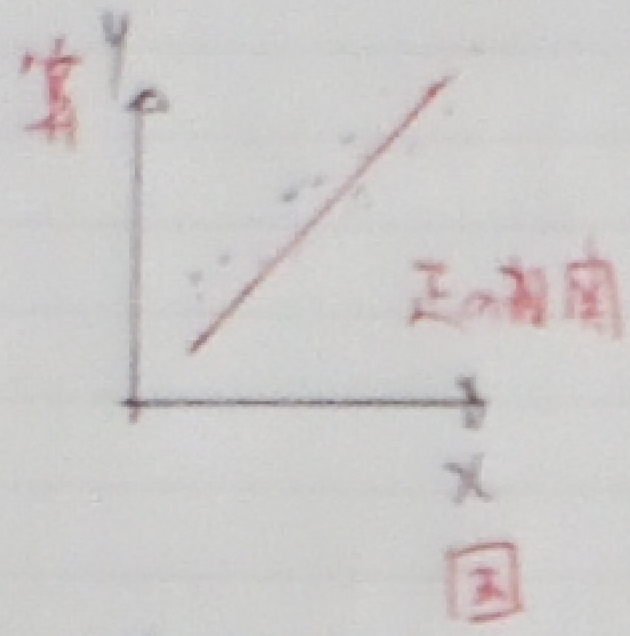
単位が違うから

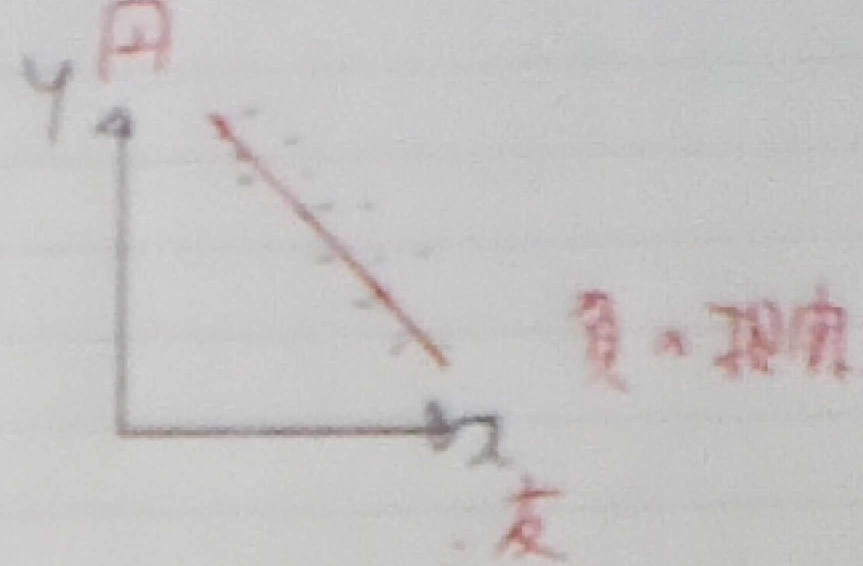
・標準偏差 $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}}$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{471} = 21.7$

・共分散 σ_{xy}

→ 2変数のデータの関係





$$\boxed{\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu_x)(y_i-\mu_y)}{N}}$$

負にもなる